

Expressive power of Multi-letter Measure Many Quantum finite automata

SeungYeop Baik, Yo-Sub Han

Yonsei University

Jan. 30, 2024

Overview

양자 오토마타의 정의 및 k -letter 양자 오토마타

k -letter MOQFA와 MMQFA의 관계

k -letter 양자 오토마타의 표현력과 계층구조

Overview

양자 오토마타의 정의 및 k -letter 양자 오토마타

k -letter MOQFA와 MMQFA의 관계

k -letter 양자 오토마타의 표현력과 계층구조

유한 상태 기계(Deterministic Finite state Automata)

DFA: 유한 상태 기계는 다음의 5-튜플 $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ 로 정의된다. 각각의 원소

1. Q 는 유한한 상태 집합;
2. Σ 는 유한한 입력 알파벳;
3. $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ 는 상태 전이 함수;
4. $q_0 \in Q$ 는 초기 상태;
5. $F \subseteq Q$ 는 최종 상태 집합;

으로 표현된다.

양자 오토마타(Quantum Automata)

매 상태 전이마다 측정을 진행하는
다수 관측 양자 오토마타(Measure Many Quantum Finite Automata)

MMQFA: 양자 오토마타는 다음의 6-튜플 $(Q, Q_{acc}, Q_{rej}, |\psi_0\rangle, \Sigma, \{U_\sigma\}_{\sigma \in \Sigma})$ 로 정의된다. 각각의 원소

1. Q 는 유한한 상태 집합;
2. Σ 는 유한한 입력 알파벳;
3. $Q_{acc} \subseteq Q$ 는 수락하는 최종 상태 집합;
4. $Q_{rej} \subseteq Q$ 는 거부하는 최종 상태 집합;
5. $|\psi_0\rangle$ 는 초기 양자 상태;
6. U_σ 는 문자에 대한 상태 전이 유니타리 행렬;

으로 표현된다.

양자 오토마타(Quantum Automata)

MMQFA에서 지켜지는 성질들은

MMQFA:

1. $Q_{acc} \cap Q_{rej} = \emptyset$;
2. $|\psi\rangle = \sum_{i=1}^n \alpha_i |q_i\rangle$ 이며,
각각의 상태 q_i 가 관측될 확률은 $|\alpha_i|^2$ 이고 관측될 확률의 총 합은 1이다;
3. 문자열 w 를 모두 읽고 난 후에는 항상 수락과 거부 상태가 결정된다;

양자 오토마타(Quantum Automata)

모든 상태 전이가 끝나고 측정을 진행하는
단일 측정 양자 오토마타(Measure Once Quantum Finite Automata)

MOQFA: 양자 오토마타는 다음의 5-튜플 $(Q, Q_{acc}, |\psi_0\rangle, \Sigma, \{U_\sigma\}_{\sigma \in \Sigma})$ 로 정의된다. 각각의 원소

1. Q 는 유한한 상태 집합;
2. Σ 는 유한한 입력 알파벳;
3. $Q_{acc} \subseteq Q$ 는 수락하는 최종 상태 집합;
4. $|\psi_0\rangle$ 는 초기 양자 상태;
5. U_σ 는 문자에 대한 상태 전이 유니타리 행렬;

으로 표현된다.

k-letter 양자 오토마타(k-letter Quantum Automata)

한번의 상태 전이에서 볼수 있는 문자의 수를
k개로 증가시킨 오토마타

k-letter MMQFA: k-letter MMQFA는 다음의
6-튜플 $(Q, Q_{acc}, Q_{rej}, |\psi_0\rangle, \Sigma, \{U_{w_k}\})$ 로 정의된다.

k-letter MOQFA: k-letter MOQFA는 다음의
5-튜플 $(Q, Q_{acc}, |\psi_0\rangle, \Sigma, \{U_{w_k}\})$ 로 정의된다.

- ▶ U_σ 대신 $U_{w_k}, w_k \in (\{\lambda\} \cup \Sigma)^k$ 를 사용한다;

구분 가능(distinguishable)한 상태

구분 가능한 상태: QFA가 초기 상태 $|\psi_0\rangle$ 에서 x 에 의해 도달 가능한 $|v\rangle$ 와 x' 에 의해서 도달 가능한 $|v'\rangle$ 이 있다고 하자. 이 때 어떤 문자열 y 가 존재하여 xy 와 $x'y$ 중 하나는 수락하고, 다른 하나는 거부할 때 두 상태 $|v\rangle$ 와 $|v'\rangle$ 을 구분할 수 있다고 한다.

Overview

양자 오토마타의 정의 및 k -letter 양자 오토마타

k -letter MOQFA와 MMQFA의 관계

k -letter 양자 오토마타의 표현력과 계층구조

k -letter MOQFA \subseteq k -letter MMQFA

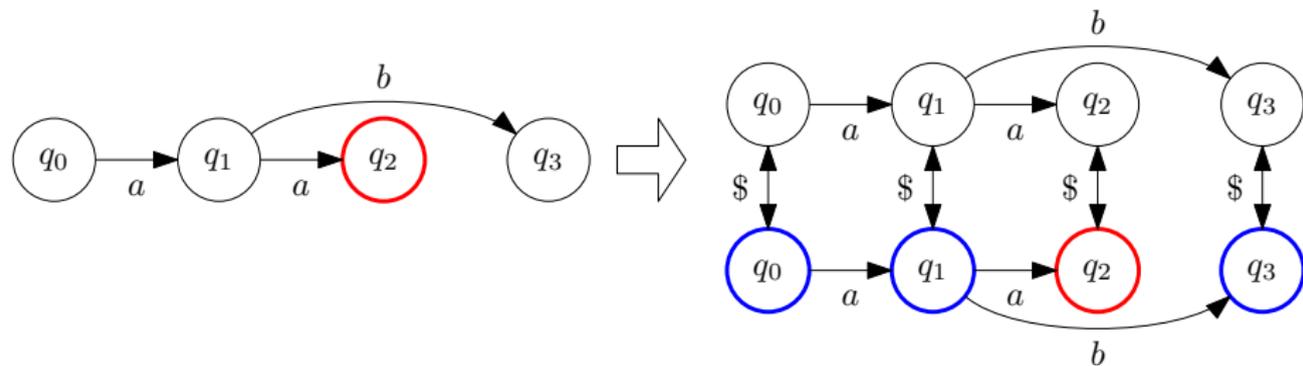
k -letter MOQFA $M = (Q, Q_{acc}, |\psi_0\rangle, \Sigma, \{U_{w_k}\})$ 가 주어졌을 때, 동일한 수락 확률을 가진 k -letter MMQFA를 다음과 같이 만든다.

M 을 복제한 M' 을 만든다.

최종 수락 상태와 거부 상태는 M' 에서만 유지하고, M 에서는 지운다.

다음으로 두 QFA사이에서 종료 문자 $\$$ 를 포함한 경우에는 M 과 M' 사이에서 상태를 교환하도록 상태 전이 행렬을 만든다.

k -letter MOQFA \subseteq k -letter MMQFA



k -letter MOQFA와 $(k - 1)$ -letter MMQFA는 incomparable

k -letter MOQFA $\not\subseteq$ $(k - 1)$ -letter MMQFA: $L = a^*b^*$

$(k - 1)$ -letter MMQFA $\not\subseteq$ k -letter MOQFA: $L = \Sigma^*a_1a_2 \cdots a_k$

Overview

양자 오토마타의 정의 및 k -letter 양자 오토마타

k -letter MOQFA와 MMQFA의 관계

k -letter 양자 오토마타의 표현력과 계층구조

k-letter MMQFA의 표현력

임의의 k-letter MMQFA M_m 와 $\epsilon > 0$ 가 주어졌을 때, M_m 의 상태에 대한 ϵ 구분 가능한(distinguishable) 상태 집합은 유한하다.

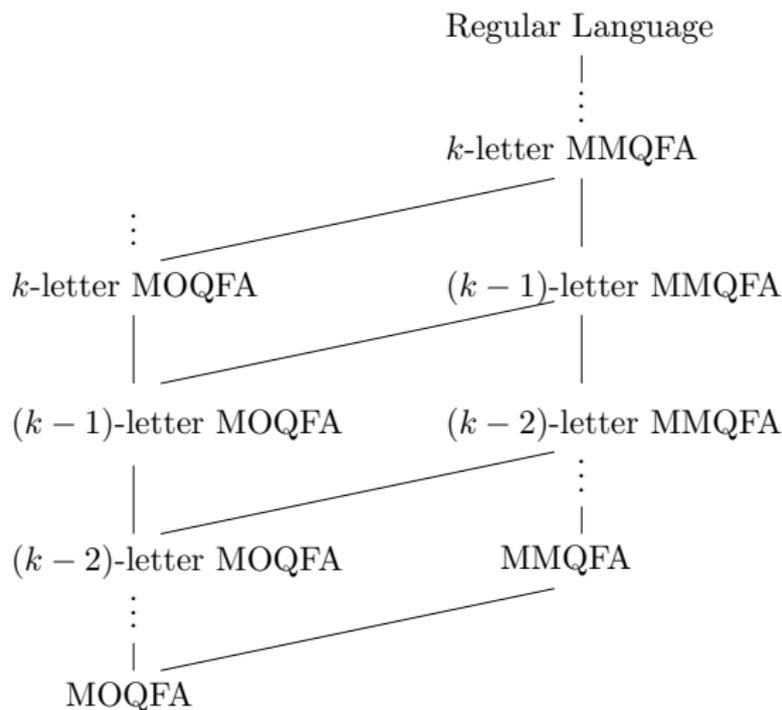
ϵ 이 주어졌을 때, 구분 가능한 두 상태 $|v\rangle$ 와 $|v'\rangle$ 에 대해서 $\|v - v'\| > \epsilon$.¹
 M_m 이 L 을 표현할 수 있을 때, 언어 L 에 의해서 수락과 거부 상태가 나누어지지 않으면 \equiv_L 이라고 한다. 이때 $W \subseteq \Sigma^*$ 에 대해서 서로 다른 상태를 페어로 가지는 집합이라고 할 때, 이런 W 의 개수는 위 정리에 의해서 유한하고, Σ^* 를 유한한 집합으로 쪼갤 수 있을 때 정형 언어 안에 있다는 정리²에 의해서

k-letter MMQFA는 정형 언어의 표현력 안에 있습니다.

¹Attila Kondacs and John Watrous. "On the power of quantum finite state automata". In: *Proceedings 38th annual symposium on foundations of computer science*. IEEE. 1997, pp. 66–75.

²Michael O Rabin and Dana Scott. "Finite automata and their decision problems". In: *IBM journal of research and development* 3.2 (1959), pp. 114–125.

k -letter MO(M)QFA의 계층 구조



Q&A

감사합니다.